



SHORT COURSE – 01F

17.01.2003

QUANTERRA

INTERNATIONAL INDEPENDENT CENTER OF CLIMATE CHANGE IMPACT ON
NATURAL RISK ANALYSIS IN MOUNTAINOUS AREA

Short course



Caractérisations géométriques simples des discontinuités dans un massif rocheux

By M. Jaboyedoff

www.quanterra.org

Quanterra
Chemin de la Tour-Grise 28
1007-Lausanne
Tel. + 41 79 752 35 15
E-mail: mail@quanterra.org



Tables des matières

1.	Orientations	3
2.	Fréquence	3
3.	Distribution des espacements et seuil de probabilité	5
4.	Nombre de discontinuités sur une surface donnée	5
5.	La relation fréquence λ et la densité volumique ρ_a	6
6.	Fréquence et persistance à partir d'une fenêtre d'échantillonnage	7
7.	Fréquence et volume	9
8.	Persistance des discontinuités: Méthode de Pahl	10
9.	Références	12

Préambule

Ce fascicule est un recueil de formules simples qui permettent de caractériser les dimensions des discontinuités, illustré par quelques exemples. Il s'inspire directement de l'ouvrage "Distribution spatiale des discontinuités dans une falaise, approche statistique et probabiliste" (Jaboyedoff et al., 1996, Rapport de travail Pnr 31, VDF, 90 p.). Ces notes ont été améliorées par des commentaires constructifs de F. Baillifard.

M. Jaboyedoff

Lausanne le 22.9.2002

1. Orientations

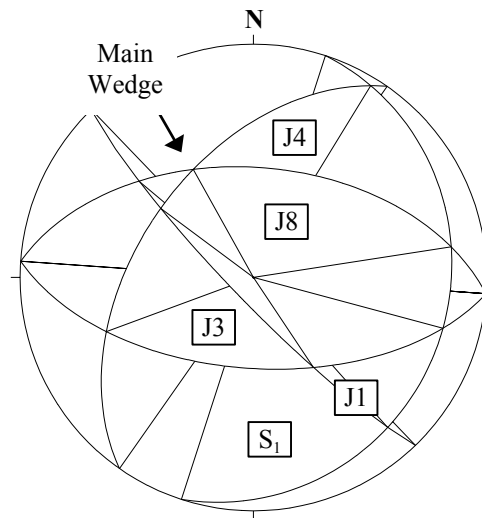


Fig. 1: Exemple de stéréogramme synthétique indiquant les orientations moyennes de chaque famille. Ici en projection de Schmidt-Lambert hémisphère supérieure.

La caractérisation géométrique des discontinuités doit en général commencer par la définition des principales familles de discontinuités. Chaque famille pouvant posséder des caractéristiques différentes, il faut donc pourvoir les distinguer en fonction de leurs orientations. On suppose donc que chaque famille ou familles associées sont le fruit d'un champ de contrainte. Cette démarche s'effectue par l'interprétation des stéréogrammes des mesures effectuées sur le terrain. On synthétise en suite les orientations des familles par des orientations moyennes (fig. 1).

2. Fréquence

Les espacements apparents x_{app} mesurés le long d'une scanline sont reliés aux espacements vrais x par

$$x = x_{app} \cos \theta$$

où θ est l'angle entre la scanline et le pôle moyen des discontinuités (fig. 2). On définit la fréquence comme:

$$\lambda = \frac{l}{\bar{x}} \approx \frac{l}{L}$$

où $L = \bar{x}$ est la distance moyenne entre deux plans successifs, on note son estimation L . La fréquence λ en fonction de l'angle θ et de l'espacement apparent vaut:

$$\lambda = \frac{l}{L} = \frac{l}{L_{app} \cos \theta} = \frac{\lambda_{app}}{\cos \theta}$$

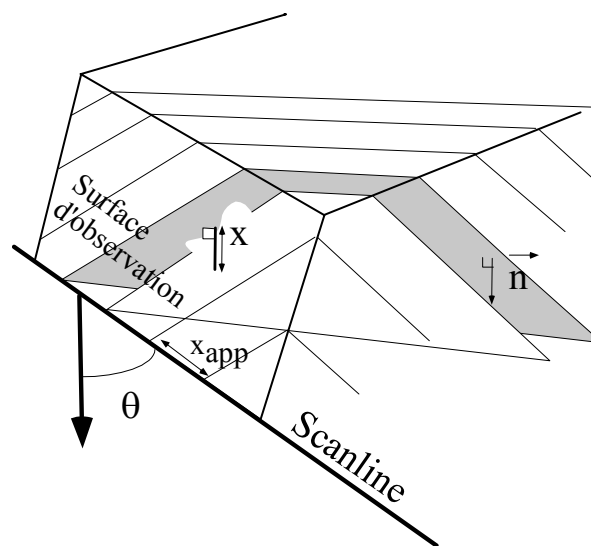


Fig. 2: Illustration des paramètres utilisé pour l'interprétation d'une scanline.

◆ **Exemple d'utilisation:**

Une famille de discontinuités fait un angle de 45° avec une scanline. L'espacement moyen apparent L_{app} vaut 5 m. En appliquant la formule ci-dessus on obtient la fréquence perpendiculaire à la famille de discontinuités

$$\lambda = \frac{1}{5 \times \cos 45^\circ} = 0.28 \text{m}^{-1}$$

3. Distribution des espacements et seuil de probabilité

Si on suppose que les discontinuités d'une même famille (parallèle à sub-parallèle) sont distribuées aléatoirement dans l'espace, la distance entre 2 discontinuités successives selon une droite suit une loi exponentielle négative (histogramme des espacement) définie comme:

$$f(x)dx = \lambda e^{-(x\lambda)} dx$$

$f(x) dx$ donne la probabilité qu'une discontinuité au moins se trouve à une distance x d'une discontinuité dans un intervalle dx .

La probabilité qu'il y ait au moins une discontinuité dans l'intervalle d vaut:

$$F(d) = \int_{x=0}^{x=d} \lambda e^{-(\lambda x)} dx = 1 - e^{-(\lambda d)}$$

où $F(x)$ est la fonction de répartition équivalant à l'histogramme cumulé. $F(x)$ permet de calculer une distance d pour laquelle on connaît la probabilité d'occurrence w (seuil) d'une discontinuité au moins:

$$d = -\frac{\ln(1-w)}{\lambda} = -L \ln(1-w)$$

où L est l'espacement moyen des discontinuités.

◆ Exemple d'utilisation:

La probabilité que la distance entre une discontinuité et la suivante soit inférieure à d dans 99% des cas implique une distance $d = 4.6 L$ et pour un seuil à 95% d vaut $2.99 L$. A un seuil de 63% correspond la moyenne soit $d = L$.

4. Nombre de discontinuités sur une surface donnée

Soit n_0 le nombre de discontinuités complètement contenues dans la fenêtre, n_1 le nombre de celles dont on voit une extrémité. Le nombre de discontinuités par unité de surface vaut approximativement:

$$n \approx n_0 + \frac{n_1}{2}$$

◆ **Exemple d'utilisation:**

A partir de la figure 3, on peut compter le nombre de discontinuités qui se trouvent dans la fenêtre d'observation. On a

$$n_0=4, n_1=5, \text{ et } n_{\text{tot}}=12$$

de la formule précédente on tire le nombre de discontinuités sur la surface observée:

$$n \approx 4 + 2.5 = 6.5$$

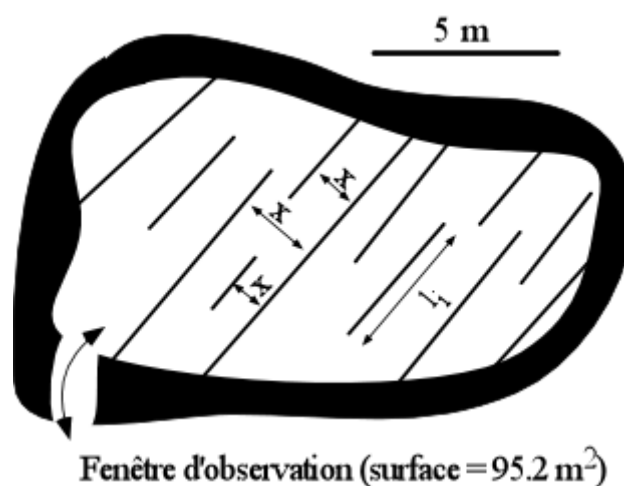


Fig. 3: Exemple schématique de fenêtre d'observation.

5. La relation fréquence λ et la densité volumique ρ_a

L'espacement moyen L est inversement proportionnel à la densité de surface de discontinuité par unité de volume ρ_a :

$$L = \frac{1}{\rho_a} \text{ et donc } \lambda = \rho_a$$

◆ Exemple d'utilisation:

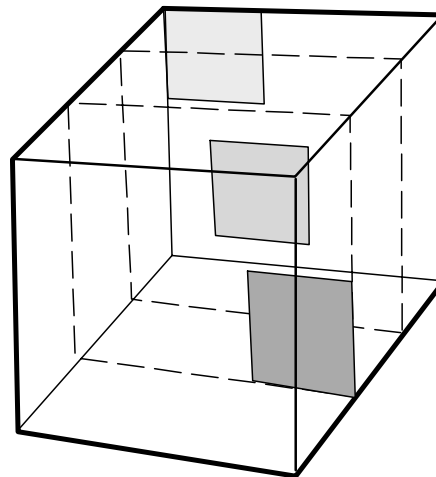


Fig. 4: Explication schématique de l'équivalence entre densité volumique et fréquence.

Si 3 discontinuités d'un mètre carré chacune se trouvent parallèles à une surface dans un cube de 3 m de côté (27 m^3), la densité de surfaces par unité de volume vaut:

$$\rho_a = \frac{3}{27} = \frac{1}{9} = 0.11 \text{ m}^{-1}$$

La distance moyenne entre deux discontinuités successives vaut donc 9 m (fig. 4). En effet, schématiquement, on peut voir qu'il y a neuf possibilités de placer une discontinuité dans un plan, par conséquent la distance moyenne entre discontinuités vaut 9 m.

6. Fréquence et persistance à partir d'une fenêtre d'échantillonnage

La moyenne des persistances \bar{l} est déduite d'une fenêtre d'observation par la comptabilisation de la longueur totale, soit la somme des traces apparentes l_i observées:

$$\bar{l} = \frac{\sum l_i}{n}$$

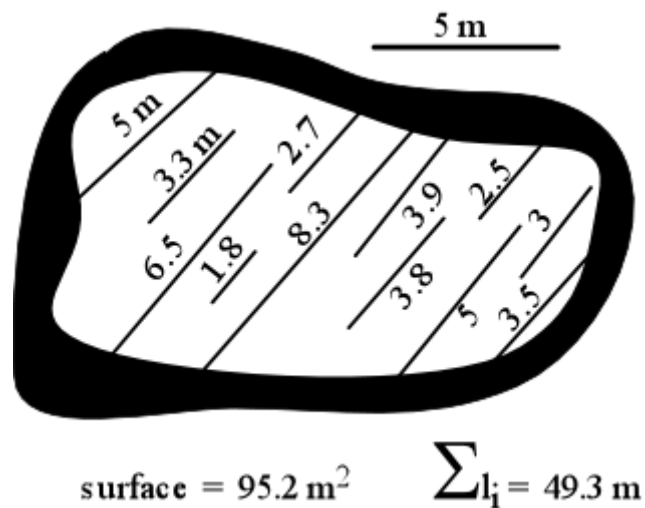
où n est le nombre de discontinuités.

La fréquence se calcule en divisant la somme des l_i (longueur totale) des traces des discontinuités qui apparaissent sur la surface d'observation S_{obs} par l'aire de cette dernière:

$$\lambda = \frac{\sum l_i}{S_{\text{obs}} \times \sin \alpha}$$

Où α est l'angle entre les pôles des discontinuités et la surface d'observation.

Fig. 5: Données numériques qui correspondent à la figure 3.



◆ **Exemple d'utilisation:**

La somme totale des persistances de la figure 5 vaut 49.3 m. Si α vaut 30° et l'aire de la fenêtre 95.2 m^2 alors la fréquence λ vaut:

$$\lambda = \rho_a = \frac{49.3}{95.2 \times \sin 30^\circ} = 1.04 \text{ m}^{-1}$$

et donc la distance moyenne entre deux discontinuités successives L (espacement moyen) est égale à

$$L = \lambda^{-1} = 0.97 \text{ m}$$

7. Fréquence et volume

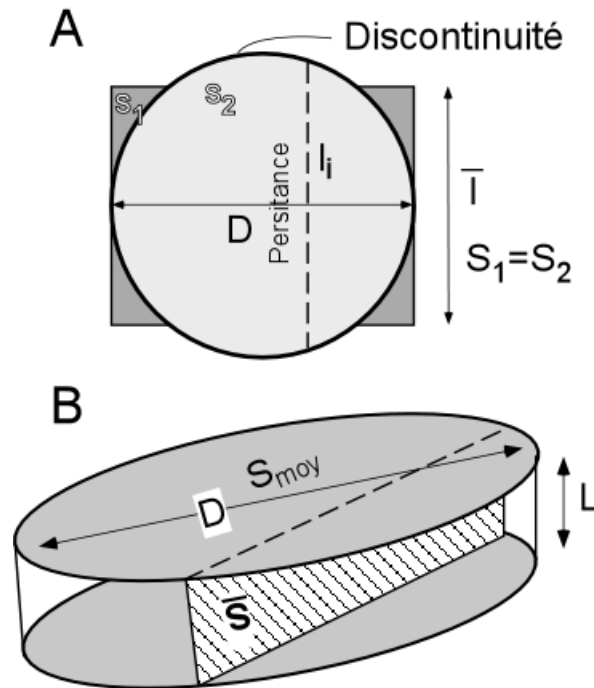


Fig 6: Illustration des paramètres moyens décrivant des discontinuités supposées circulaires.

Si on suppose les discontinuités en moyenne circulaires de diamètre D alors la persistance moyenne \bar{l} est liée au diamètre par (voir fig. 6A):

$$\bar{l} = \pi \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^2}{D} = \frac{\pi D}{4}$$

et donc la surface moyenne d'une discontinuité S_{moy} vaut:

$$S_{moy} = D \times \bar{l} = \bar{l}^2 \frac{4}{\pi}$$

Connaissant l'espacement moyen L on peut trouver le volume moyen \bar{V} occupé par une discontinuité:

$$\bar{V} = \frac{4}{\pi} \bar{l}^2 L$$

◆ Exemple d'utilisation:

La longueur totale des persistances sur la figure 5 est de 49.3 m. La surface de la fenêtre est de 95.2 m². On a calculé $n = 6.5$ dans un des exemples précédents (fig. 3). Avec la formule de la persistance moyenne on trouve:

$$\bar{l} = \frac{49.3}{6.5} = 7.6m$$

on obtient la fréquence, en posant que $\alpha=90^\circ$ (α différent de l'exemple sous §6):

$$\lambda = \rho_a = \frac{49.3}{95.2} = 0.52m^{-1}$$

et donc l'espacement moyen vaut:

$$L = \frac{1}{\lambda} = 1.9m$$

La surface moyenne d'une discontinuité est donnée par l'une des formules précédentes:

$$S_{moy} = \frac{4}{\pi} 7.6^2 = 74m^2 \text{ et}$$

$$\bar{V} = S_{moy} \times L = 74 \times 1.9 = 140m^3$$

8. Persistance des discontinuités: Méthode de Pahl

Lorsqu'il existe des discontinuités qui sont contenues et qui traversent complètement une fenêtre rectangulaire d'échantillonnage, leur proportion relative permet de calculer leur persistance moyenne. Soit n le nombre total de discontinuités qu'on observe, n_0 le nombre de celles dont on voit les deux extrémités, n_2 celles qui traversent complètement la fenêtre, h et u respectivement la hauteur et la largeur de la fenêtre et ϕ l'angle que font les discontinuités avec la hauteur de la fenêtre. La persistance moyenne \bar{l} est donnée par:

$$\bar{l} = \frac{h \times u}{(h \sin \phi + u \cos \phi)} \frac{(n + n_2 - n_0)}{(n - n_2 + n_0)}$$

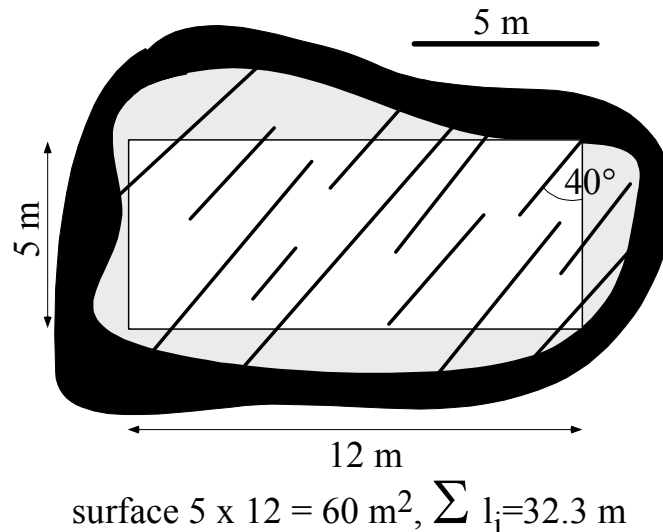


Fig. 7: Illustration de l'échantillonnage nécessaire à la méthode de Pahl

◆ **Exemple d'utilisation:**

L'estimation de la persistance moyenne des discontinuités de la figure 7 par la méthode de Pahl nécessite de définir un rectangle sur la fenêtre d'échantillonnage. Le rectangle choisi fait 5×12 m (h×u). Le nombre des discontinuités qui sont contenues, qui traversent et leur nombre total:

$n_0=2$, $n_2=3$ et $n_{tot}=12$.

L'angle $\phi=40^\circ$. La persistance moyenne s'obtient à partir de la formule précédente:

$$\bar{l} = \frac{5 \times 12}{5 \times \sin 40^\circ + 12 \times \cos 40^\circ} \times \frac{12 + 3 - 2}{12 - 3 + 2} = 5.7 \text{ m}$$

Ce résultat est de 2 m inférieur à celui de la méthode précédente (§6), mais compte tenu du petit nombre de discontinuités ceci est acceptable. On peut encore comparer l'espacement moyen obtenu sur cette fenêtre avec celui obtenu précédemment, la longueur totale des traces des discontinuités valant 32.3m

$$L = \frac{5 \times 12}{32.3} = 1.9m$$

ce qui est équivalent aux résultats obtenus par la méthode précédente.

9. Références

- BAECHER, G. B. 1983: *Statistical analysis of rock mass fracturing*. - Math. Geol. 15, 329-348.
- BERGE, P., POMEAU, Y. & VIDAL, C. 1988: *L'ordre dans le chaos*. - Hermann, Paris.
- BILLAUX, D. 1990: *Hydrogéologie des milieux fracturés. Géométrie, connectivité, et comportement hydraulique*. - Doc. BRGM n°186, Bur. Mech. Geol. Min.
- CHILÈS, J.-P. & DE MARSILY, G. 1993: *Stochastic models of fracture systems and their use*. In: *Flow and transport modeling. Flow and contaminant transport in fractured rock* (p. 169-236). - Academic Press, San Diego.
- CRSFA/91.35 1991: *Bergsturz Grossgugfer Randa, étude structurale et géomécanique (Par Wagner, A.)*. - Inédit.
- CRSFA/92.27 1993A: *Cartes d'aléas établies par traitement informatique. Région Crétaux-Prarion, Isérables, Valais (Par Wagner, A. & Rouiller, J.-D.)*. - Inédit
- CRSFA/93.08 1993B: *Bergsturz Grossgugfer Randa. Rapport de surveillance N°1 (Juni 91-Dezember 92), Kantonsgeologe. (Par Rouiller J.-D.)*. - Inédit.
- DEERE, D.U. 1964: *Technical description of rock cores for engineering purposes*. - Rock Mech. Rock Eng. 1, 17-22.
- DEHOFF, R. T. & RHINES, F. N. 1972: *Microscopie quantitative*. - Masson, Paris.
- DELFINER, P. 1979: *Basic introduction to geostatistics*. - Inédit, Cours de l'Ecole d'été, Ecole des mine de Paris.
- DERSCHOWITZ, W.S. & EINSTEIN, H.H. 1988: *Characterizing rock joint geometry with joint system models*. - Rock Mech. Rock Eng. 21, 21-51.
- DESCOEUDRES, F. 1983: *Cours de géomécanique: Annexes*. - Inédit, Ecole polytech. féd. Lausanne.
- DEUTSCH, C.V. & JOURNEL, A.G. 1992: *Gslib Geostatistical Software Library and User's Guide*. - Oxford University Press, New York.
- EINSTEIN, H. H. 1988: *Special lecture: Landslide risk assessment procedure*. In: Bonnard, Ch. (Ed.): *Landslide* (vol. 2, p. 1075-1090). - Balkema, Rotterdam.
- EINSTEIN, H. H. 1993: *Modern developements in discontinuity analysis. The Persistence - Connectivity problem*. In: Hudson, J.A.(Ed.): *Comprehensive Rock Engineering* (vol. 3, p. 193-213). - Pergamon Press, New York.
- EINSTEIN, H. H., & BAECHER, G. B. 1983: *Probabilistic and statistical methods in engineering geology, specific methods and examples, part 1: exploration*. - Rock Mech. Rock Eng. 16, 39-72.
- EINSTEIN, H. H., VENEZIANO, D., BAECHER, G. B. & O'REILLY, K. J. 1983: *The effect of discontinuity persistence on rock slope stability*. - Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr. 20, 227-236.
- ENGLUND, E & SPARKS 1991: *Geo-EAS 1.2.1 User's Guide, US-EPA Report #600/8-91/008*. - EPA-EMSL, Las Vegas, NV.
- FEYNMAN, R. LEIGHTON & SANDS 1979: *Cours de physique de Feynman: mécanique. (Tome2)*. - Interédition, Paris.
- FISHER, N. I., LEWIS, T. & EMBLETON, B. J. 1987: *Statistical analysis of spherical data*. - Cambridge University Press, Cambridge.
- HOECK, E. & BRAY, J. 1981: *Rock slope engineering*. - 3rd ed, Instn. of min. and Metall. (Ed.). Chapman & Hall, London.
- HUDSON, J. A. & PRIEST, S. D. 1983: *Discontinuity frequency in rock masses*. - Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr. 20, 73-89.
- HUDSON, J. A. & PRIEST, S. D. 1979: *Discontinuities and rock mass geometry*. - Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr. 16, 339-362.
- JABOYEDOFF, M., MAMIN, M., PHILIPPOSIAN, F. & ROUILLER, J.-D. 1996: *Distribution spatiale des discontinuité dans une falaise, Rapport Pnr31, VDF, 90 p.*
- JOURNEL, G. 1989: *Fundamentals of geostatistics in five lessons*. - Short course in Geol. 8, Amer. Geophys. Union, Washigton.
- KIRALY, L. 1970: *Statistical analysis of fracture (orientation and density)*. - Geol. Rdsch. 59, 125-151.
- KULATILAKE, P. H. S. W. & WU, T. H. 1984A: *The density of discontinuity traces in sampling windows*. - Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr. 21, 345-347.
- KULATILAKE, P. H. S. W. & WU, T. H. 1984B: *Estimation of mean trace length of discontinuities*. - Rock Mech. Rock Eng. 17, 215-232.
- MANCKTELOW, N. 1989: *Stereoplot User's Guide and reference manual*. - Computer Program, Inédit.
- MAULDON, M., DUNNE, W. M. & ROHRBAUGH JR. M. B. *Circular scanlines and circular windows: new tools for characterizing the geometry of fracture traces* - Journal of structural geology 23 (2001), 247-258

- MASSOUD, H. 1987: *Modélisation de la petite fracturation par les techniques de la géostatistique*. - - Doc. BRGM n°135, Bur. Mech. Geol. Min.
- NARR, W. & SUPPE, J. 1991: *Joint spacing in sedimentary rocks*. J. struct. Geol. 15, 1037-1048.
- PAHL, P. J. 1981: *Estimating the mean length of discontinuity traces*. - Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr. 18, 221-228.
- PANNATIER, Y. 1994: *Variowin: logiciel pour l'analyse de données 2D. Etude géostatistique du gîte de phosphates de Taïba (Sénégal)*. - Inédit, Thèse, Instit. Minér. Univ. Lausanne.
- PRIEST, S. D. & HUDSON, J. A. 1981: *Discontinuity spacing in rock*. - Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr. 13, 135-148.
- PRIEST, S. D. & HUDSON, J. A. 1981: *Estimation of discontinuity spacing and trace length using scanline surveys*. - Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr. 18, 183-197.
- PRIEST, S. D. 1993: *Discontinuity analysis for rock engineering*. - Chapman & Hall, London.
- RIVES, T., RAZACH, M., PETIT, J.-P. & RAWNSLEY, K.D. 1992: *Joint spacing: analogue and numerical simulations*. Jour. Struct. Geol. 14/8/9, 625-637.
- ROULLER, J.-D. 1992: *Eboulement de Randa*. - Route et trafic 5, 373-376.
- ROULEAU, A. & GALE, J. E. 1985: *Statistical characterization of the fracture system in the stripa Granite, Sweden*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr. 22, 353-367.
- SARTORI, M., ESCHER, A. & SCHAFFER, M. 1991: *Rapport concernant un premier stade d'évaluation des causes géologiques de l'éboulement de Randa*. In: CRSFA/91.35 (1991a): *Bergsturz Grossgugfer Randa, étude structurale et géomécanique (Par Wagner, A.)*. - Inédit.
- SCHINDLER, C., CUÉNOD, Y., EISENLOHR, T. & JORIS, C.-L. 1993: *Die Ereignisse vom 18. April und 9. Mai 1991 bei Randa (VS) - ein atypischer Bergsturz in Raten*. - Eclogae geol. Helv. 86/3. 643-665.
- TERZHAGI, R. D. 1965: *Sources of error in joint surveys*. - Geotech. 15, 287-304.
- TERZHAGI, R. D. 1962: *Stability of steep slopes on hard unweathered rock*. - Géotech. 12. 251-270.
- WABURTON, P. M. 1980: *A stereological interpretation of joint trace data* - Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr. 17, 181-190.
- WAGNER, A., LEITE, E. & OLIVIER, R. 1990: SHIVA, a landslide hazard mapping software. Version 1.0. - Inst. Geophys. Lausanne - ITECO.
- WALLIS, P. F., & KING, M. S. 1980: *Discontinuity spacings in crystalline rock*. - Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr. 17, 63-66.